**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Уравнения математической физики

Mathematical Physics Equations

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 6

Регистрационный номер рабочей программы: 051780

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение обучающихся методам математической физики; развитие у них логического мышления и комплексного восприятия математики.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен иметь предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам - математическому анализу, высшей алгебре, функциональному анализу, геометрии и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

В результате обучения обучающийся должен:

знать постановки основных задач математической физики и методы их решения в рамках курса, начала теории пространств Соболева и обобщенные постановки краевых задач;

уметь решать задачи методом Фурье и другими классическими методами, переходить от классических постановок к обобщенным и обратно, применять простейшие методы функционального анализа к решению задач математической физики;

иметь представление о современных методах решения задач математической физики.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В данном курсе интерактивные задания представляются обсуждением лекций и практическое решение физических задач на PC.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 36 |  | 10 |  | 34 | 3 |
|  | 2-100 |  |  | 10-25 |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 7 | 30 |  | 2 | 15 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 31 |  | 28 |  | 20 | 3 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 10-25 |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 60 |  | 2 | 45 |  |  |  |  | 4 |  |  |  | 67 |  | 38 |  |  | 6 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**1. Основные понятия.**

Постановка основных задач математической физики. Связь классического вариационного исчисления и математической физики. Классификация уравнений второго порядка. Приведение уравнений к каноническому виду. Формула интегрирования по частям. Формально сопряженные операторы и формулы Грина. Задача Коши и характеристики для уравнений второго порядка.

**2. Задача Штурма** – **Лиувилля.**

Постановка краевой задачи. Теорема единственности. Функция Грина и существование. Свойства собственных функций и собственных значений. Решение краевых задач методом Фурье. Сингулярная задача Штурма – Лиувилля. Функции Бесселя. Собственные функции краевых задач в простых областях.

**3. Волновое уравнение.**

Характеристический конус и теорема единственности. Формула Даламбера для струны. Решение задачи Коши для трех пространственных переменных с помощью сферических средних; анализ решения. Двумерный случай. Неоднородное уравнение.

**4. Обобщенные функции.**

Основные и обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции; примеры. Действия над обобщенными функциями: умножение на гладкие, преобразование координат, дифференцирование. Сходимость обобщенных функций. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Структура обобщенных функций с точечным носителем. Фундаментальное решение дифференциального оператора. Фундаментальное решение для оператора Лапласа. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вывод фундаментального решения с помощью преобразования Фурье. Пространства Соболева-Слободецкого.

**5. Уравнение теплопроводности.**

Фундаментальное решение для оператора теплопроводности. Формула Пуассона и ее обоснование. Принцип максимума для задачи Коши. Гипоэллиптические операторы. Оценка производных решения уравнения теплопроводности. Теорема Тихонова о единственности решения задачи Коши. Контрпример Тихонова. Принцип максимума для начально-краевой задачи. Теорема о равномерном остывании.

**6. Уравнения первого порядка.**

Линейные уравнения первого порядка, характеристики. Квазилинейные уравнения. Законы сохранения. Обобщенные решения. Условие Рэнкина-Гюгонио. Условие энтропийности. Задача о распаде разрыва.

**7. Уравнение Лапласа.**

Оператор Лапласа в сферических координатах. Преобразование Кельвина. Определение сферических функций и их простейшие свойства. Полнота сферических функций. Оператор Бельтрами-Лапласа на сфере. Вид сферических функций в размерностях 2 и 3.

Простейшие свойства гармонических функций: прямая и обратная теорема о среднем арифметическом и принцип максимума. Теоремы единственности для задач Дирихле. Теоремы о последовательностях гармонических функций. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина задачи Дирихле; примеры. Представления функций класса C^2. Вывод и обоснование формулы Пуассона. Неравенство Гарнака. Теорема Лиувилля. Поверхности класса C^2. Лемма Зарембы о нормальной производной. Теоремы единственности для задач Неймана.

**8. Интегральные операторы.**

Операторы с непрерывным ядром. Операторы со слабой особенностью. О непрерывности решений интегральных уравнений. Сингулярные интегральные операторы и их простейшие свойства.

**9. Теория потенциалов.**

Свойства объемного потенциала. Решение краевых задач для уравнения Пуассона. Поверхности класса С^2. Интеграл Гаусса. Свойства поверхностных потенциалов. Сведение к интегральным уравнениям задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Анализ интегральных уравнений. Решение внешней задачи Дирихле. Случай двух переменных.

Функция Грина в гладкой области. Собственные числа и собственные функции задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Приближенное решение задачи Дирихле матодом сеток.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий обучающемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники, а также дополнительную литературу.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

*Методика проведения зачёта*

По дисциплине «Уравнения математической физики» в течение учебного года проводятся контрольные работы в соответствии с графиком и «Зачёт».

Обучающийся, не отчитавшийся по контрольной работе (контрольному домашнему заданию) в течение семестра, отчитывается по ним во время зачета. Для получения зачёта, кроме ответа на теоретические вопросы, необходимо решить задачу.

Критерии получения «зачёт»:

«зачёт» выставляется, если выполняются три условия:

1. Экзаменуемым даны полные исчерпывающие ответы по всем вопросам, обучающийся свободно ориентируется в материале;

2. Экзаменуемый отвечает на все дополнительные вопросы

3. Экзаменуемый решил выданную задачу.

«незачёт» выставляется, если не выполняются условия для получения «зачтено».

*Методика проведения экзамена*

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

*Критерии выставления оценок:*

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя) и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание ответов на основные вопросы по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Список вопросов в соответствии с Содержанием учебных занятий пункта 2.2.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Примерная анкета-отзыв по преподаванию дисциплины

Просим Вас заполнить анонимную анкету-отзыв по пройденному Вами курсу. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования преподавания. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В случае необходимости впишите свои комментарии.

1. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Насколько Вы удовлетворены формами преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных учебно–методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Насколько Вы удовлетворены использованием преподавателями интерактивных и активных методов обучения ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Какие из тем дисциплины Вы считаете наиболее полезными, ценными с точки зрения дальнейшего обучения и/или применения в последующей практической деятельности?
2. Что бы Вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины?

СПАСИБО!

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций и проведению семинаров привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное аудиторное оборудование и ПО.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не требуется.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Михлин С.Г. Курс математической физики // М., Наука, 1968.

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.4. Изд.6 // Ч.1. М., Наука, 1974; Ч.2. М., Наука, 1981.

3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Изд.5 // М., Наука, 1988.

4. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики // М., Наука, 1973.

5. Избранные главы анализа и высшей алгебры. Учебное пособие // Л., ЛГУ, 1981.

6. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики // М., Наука, 1975.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных // М., ВШ, 1977.

2. Либ Э., Лосс М. Анализ // Новосибирск, Научная книга, 1998.

3. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. 1973

4. Крылов Н.В. Лекции по эллиптическим и параболическим уравнениям в пространствах Гёльдера.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчик программы**

Назаров А.И., д. ф.-м. н., профессор кафедры математической физики.